

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM 2021 - 2022

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1 (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$; $B = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).

- Rút gọn các biểu thức A, B .
- Tìm các giá trị của x sao cho $A \leq B$.

Bài 2 (1,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{\sqrt{y}} = 3 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y}} = 0 \end{cases}$$

2. Bạn Nam hiện có 50000 đồng. Để phục vụ cho việc học tập, bạn muốn mua một quyển sách tham khảo Toán có giá trị 150000 đồng. Vì thế, bạn Nam đã lên kế hoạch mỗi ngày tiết kiệm 5000 đồng. Gọi số tiền bạn Nam tiết kiệm được sau x (ngày) (gồm cả tiền hiện có và tiền tiết kiệm được hàng ngày) là y (đồng).

- Lập công thức tính y theo x .
- Hỏi sau bao nhiêu ngày bạn Nam có vừa đủ tiền để mua được quyển sách tham khảo Toán?

Bài 3 (2,5 điểm)

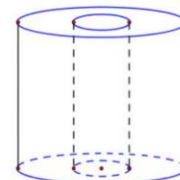
1. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (1) (x là tham số, m là tham số).

- Giải phương trình (1) khi $m = 1$
- Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 12m + 2$$

2. Bài toán có nội dung thực tế: Lúc 9 giờ sáng, một xe ô tô khởi hành từ A đến B với vận tốc không đổi trên cả quãng đường là 55 km/h . Sau khi xe ô tô này đi được 20 phút thì cũng trên quãng đường đó, một xe ô tô khác bắt đầu đi từ B về A với vận tốc không đổi trên cả quãng đường là 45 km/h . Hỏi hai xe ô tô gặp nhau lúc mấy giờ? Biết quãng đường AB dài 135 km .

Bài 4 (0,75 điểm) Một vật thể đặc bằng kim loại dạng hình trụ có bán kính đường tròn đáy và chiều cao đều bằng 6cm. Người ta khoan xuyên qua hai mặt đáy của vật thể đó theo phương vuông góc với mặt đáy, phần bị khoan là một lỗ hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 2cm (Hình 1). Tính thể tích phần còn lại của vật thể đó.



Bài 5 (3,0 điểm) Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE và CF của ΔABC cắt nhau tại H .

- Chứng minh $BCEF$ và $CDHE$ là các tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh EB là tia phân giác của \widehat{FED} và ΔBFE đồng dạng với ΔDHE .
- Giao điểm của AD với đường tròn (O) là $I (I \neq A)$, IE cắt đường tròn (O) tại $K (K \neq I)$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng EF . Chứng minh rằng ba điểm B, M, K thẳng hàng.

Câu 6 (0,75 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x^2 \geq y^2 + z^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + x^2 \left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) + 2016$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Bài 1 (1,5 điểm)

a) $A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} - 3\sqrt{2^2 \cdot 2} + |\sqrt{2}+1| = 5\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1$ (Do $\sqrt{2}+1 > 0$)

$$A = (5 - 6 + 1)\sqrt{2} + 1 = 1$$

Vậy $A = 1$.

$$B = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \quad (\text{với } x \geq 0, x \neq 1).$$

Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có: $B = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}(x-1)}{x-1} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 = 2\sqrt{x} - 1$

Vậy với $x \geq 0, x \neq 1$ thì $B = 2\sqrt{x} - 1$.

b) Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 1$

Ta có: $A \leq B \Leftrightarrow 1 \leq 2\sqrt{x} - 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} \geq 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 1$. Kết hợp với điều kiện ta được $x > 1$ thì $A \leq B$.

Vậy $x > 1$ thì $A \leq B$.

Bài 2 (1,5 điểm)

1. Điều kiện $y > 0$. Đặt $\frac{1}{\sqrt{y}} = t (t > 0)$. Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+t=3 \\ x-t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=3 \\ x=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ t=1(tm) \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{y} = 1 \Leftrightarrow y = 1(tm)$. Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(1; 1)$

2. a) Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \geq 50000$.

Sau x ngày, bạn Nam tiết kiệm được số tiền là: $5000x$ (đồng).

Như vậy tổng số tiền bạn Nam có sau khi tiết kiệm được hàng ngày là: $y = 50000 + 5000x$ (đồng).

Vậy $y = 50000 + 5000x$ đồng.

b) Khi bạn Nam đủ tiền mua sách thì bạn Nam cần có 150000 đồng nên ta có phương trình:

$$50000 + 5000x = 150000 \Leftrightarrow 5000x = 100000 \Leftrightarrow x = 20(tm)$$

Vậy sau 20 ngày thì bạn Nam đủ tiền mua sách tham khảo môn Toán.

Bài 3 (2,5 điểm)

1. a) Thay $m = 1$ vào phương trình (1) ta có: $x^2 - 2(1+1)x + 1^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

Phương trình có: $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{c}{a} = 3$.

Vậy với $m = 1$ thì phương trình có tập nghiệm là: $S = \{1; 3\}$.

b) Xét phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (1)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 + 2) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$$

Với $m > \frac{1}{2}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \text{Theo đề bài ta có: } x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 12m+2 &\Leftrightarrow x_1^2 + (x_1+x_2)x_2 = 12m+2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = 12m+2 \\ &\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1x_2 = 12m+2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - x_1x_2 = 12m+2 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - (m^2+2) = 12m+2 \\ &\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - m^2 - 2 = 12m+2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow m(3m-4) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 3m - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (ktm) \\ m = \frac{4}{3} (tm) \end{cases}$$

Vậy $m = \frac{4}{3}$ là thỏa mãn bài toán.

2. Đổi 20 phút $= \frac{1}{3}(h)$.

Quãng đường ô tô đi từ A đến B trong 20 phút là: $55 \cdot \frac{1}{3} = \frac{55}{3}(km)$.

Gọi thời gian ô tô đi từ B đến A đi đến khi gặp ô tô đi từ A đến B là $x(h), (x > 0)$.

\Rightarrow Thời gian ô tô đi từ A đến B đi đến khi gặp ô tô đi từ B đến A là: $x + \frac{1}{3}(h)$.

\Rightarrow Quãng đường ô tô đi từ A đến B đi được đến khi 2 xe gặp nhau là: $55\left(x + \frac{1}{3}\right) = 55x + \frac{55}{3}(km)$.

Quãng đường ô tô đi từ B đến A đi được đến khi 2 xe gặp nhau là: $45x(km)$.

Quãng đường ô tô đi từ A đi trước ô tô đi từ B là: $55 \cdot \frac{1}{3} = \frac{55}{3}(km)$

Đến lúc 9h20 phút hai xe còn cách nhau là: $135 - \frac{55}{3} = \frac{350}{3}(km)$

Thời gian hai xe gặp nhau là: $\frac{350}{3} : (55 + 45) = \frac{7}{6}(h)$

Đổi $\frac{7}{6}$ giờ = 1 giờ 10 phút. Thời điểm hai xe gặp nhau là: 9 giờ 20 phút + 1 giờ 10 phút = 10 giờ 30 phút

Vậy hai xe gặp nhau lúc 10 giờ 30 phút.

Bài 4 (0,75 điểm)

Thể tích của vật thể lúc đầu là: $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 216\pi (cm^3)$.

Thể tích của phần vật thể bị khoan là: $V_2 = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 24\pi (cm^3)$.

\Rightarrow Thể tích phần còn lại của vật thể đã cho là: $V = V_1 - V_2 = 216\pi - 24\pi = 192\pi (cm^3)$.

Vậy thể tích phần còn lại của vật thể đã cho là $192\pi cm^3$.

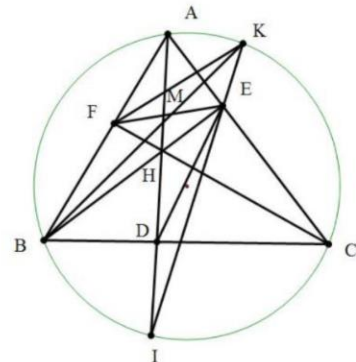
Bài 5 (3 điểm)

a) Ta có: AD, BE, CF lần lượt là các đường cao của ΔABC

$$\Rightarrow \begin{cases} AD \perp BC \\ BE \perp AC \Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ \\ CF \perp AB \end{cases}$$

Xét tứ giác $BCEF$ ta có: $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ (cmt)$

$\Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp. (Tứ giác có hai đỉnh kề 1 cạnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau).



Xét tứ giác $CDHE$ ta có: $\widehat{CDH} + \widehat{CEH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp. (Tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°).

b) Ta có: $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{FEB} = \widehat{FCB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BF)

Lại có: $CEHD$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{HED} = \widehat{HCD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HD)

Hay $\widehat{FED} = \widehat{FCB} \Rightarrow \widehat{FEB} = \widehat{BED} (= \widehat{FCB}) \Rightarrow EB$ là tia phân giác của \widehat{FED} . (đpcm)

Ta có: $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{FBE} = \widehat{FCE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EF)

Lại có: $CEHD$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{HDE} = \widehat{HCE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EH)

Hay $\widehat{FCE} = \widehat{HDE} \Rightarrow \widehat{FBE} = \widehat{HDE} (= \widehat{FCE})$

Xét $\triangle BFE$ và $\triangle DHE$ ta có:

$$\widehat{FBE} = \widehat{HDE} \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{FEB} = \widehat{HED} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \triangle BFE \sim \triangle DHE$ (g - g) (đpcm).

c) Chứng minh: $HI = 2HD$

$$\triangle BFE \sim \triangle DHE \Rightarrow \frac{BF}{DH} = \frac{FE}{HE} \Rightarrow \frac{BF}{HI} = \frac{FM}{HE}$$

Lại có $\widehat{BFE} = \widehat{IHE} (= 180^\circ - \widehat{BCA})$. Suy ra $\triangle BFM \sim \triangle IHE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{FBM} = \widehat{HIK}$

Mà $\widehat{HIK} = \widehat{FBK} \Rightarrow B, K, M$ thẳng hàng.

Câu 6 (0,75 điểm)

$$P = \frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + x^2 \left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) + 2016 \geq \frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{4x^2}{y^2 + z^2} + 2016$$

$$\Rightarrow P \geq \left(\frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2 + z^2} \right) + \frac{3x^2}{y^2 + z^2} + 2016$$

$$\frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2 + z^2} \geq 2$$

$$x^2 \geq y^2 + z^2 \Rightarrow \frac{3x^2}{y^2 + z^2} \geq 3$$

$$\Rightarrow P \geq 2021 \Rightarrow \text{Min } P = 2021 \Leftrightarrow x = y\sqrt{2} = z\sqrt{2}$$