

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+5}}{x-1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ .

3) Tìm tất cả giá trị của  $x$  để biểu thức  $P = 2AB + \sqrt{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài II (2,0 điểm)**

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Quãng đường từ nhà An đến nhà Bình dài 3 km. Buổi sáng, An đi bộ từ nhà An đến nhà Bình. Buổi chiều cùng ngày, An đi xe đạp từ nhà Bình về nhà An trên cùng quãng đường đó với vận tốc lớn hơn vận tốc đi bộ của An là 9 km/h. Tính vận tốc đi bộ của An, biết thời gian đi buổi chiều ít hơn thời gian đi buổi sáng là 45 phút. (Giả định rằng An đi bộ với vận tốc không đổi trên toàn bộ quãng đường đó.)

2) Một quả bóng bàn có dạng một hình cầu có bán kính bằng 2 cm. Tính diện tích bề mặt của quả bóng bàn đó (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

**Bài III (2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x + \frac{3}{y-1} = 5 \\ 4x - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , xét đường thẳng  $(d): y = mx + 4$  với  $m \neq 0$ .

a) Gọi  $A$  là giao điểm của đường thẳng  $(d)$  và trục  $Oy$ . Tìm tọa độ của điểm  $A$ .

b) Tìm tất cả giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt trục  $Ox$  tại điểm  $B$  sao cho tam giác

$OAB$  là tam giác cân.

**Bài IV (3,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn và đường cao  $BE$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm  $E$  đến các đường thẳng  $AB$  và  $BC$ .

1) Chứng minh tứ giác  $BHEK$  là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh  $BH \cdot BA = BK \cdot BC$ .

3) Gọi  $F$  là chân đường vuông góc kẻ từ điểm  $C$  đến đường thẳng  $AB$  và  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$ . Chứng minh ba điểm  $H, I, K$  là ba điểm thẳng hàng.

**Bài V (0,5 điểm)**

Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = x^2 + 1$ .

..... Hết .....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

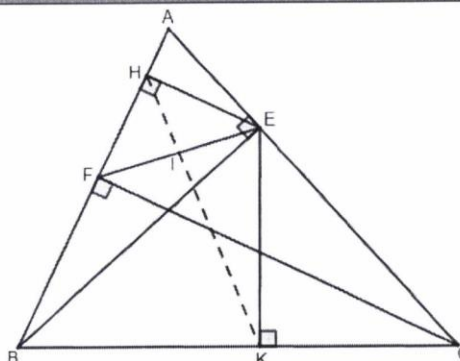
Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 1: ..... Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 2: .....

## ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Môn thi: TOÁN

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức $A$ khi $x = 4$ . Thay $x = 4$ (thỏa mãn ĐKXĐ) vào biểu thức $A$ , tính được: $A = \frac{3}{4}$ .	0,5
	2)	Chứng minh $B = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ . $B = \frac{3}{(\sqrt{x-1})} - \frac{\sqrt{x+5}}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} = \frac{3(\sqrt{x+1}) - (\sqrt{x+5})}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}$ $= \frac{2(\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})}$ $= \frac{2}{\sqrt{x+1}}$	1,0
	3)	Tìm tất cả giá trị của $x$ để biểu thức $P = 2A.B + \sqrt{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất. $P = 2A.B + \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{x+2}} + \sqrt{x}$ Ta có: $P - 2 = \frac{4}{\sqrt{x+2}} + \sqrt{x} - 2 = \frac{x}{\sqrt{x+2}} \geq 0$ với mọi $x \geq 0$ . Suy ra $P \geq 2$ . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$ . KL: $x = 0$ thì biểu thức $P$ đạt giá trị nhỏ nhất.	0,5
Bài II 2,0 điểm	1)	Tính vận tốc đi bộ của An. Gọi vận tốc đi bộ của An là $x$ (đơn vị: km/h, $x > 0$ ). Vận tốc đi xe đạp của An là $x + 9$ (km/h). Thời gian An đi bộ từ nhà An đến nhà Bình là $\frac{3}{x}$ (giờ). Thời gian An đi xe đạp từ nhà Bình về nhà An là $\frac{3}{x+9}$ (giờ). Lập luận dẫn đến phương trình: $\frac{3}{x} - \frac{3}{x+9} = \frac{3}{4}$ $\dots \Rightarrow x^2 + 9x - 36 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -12 \end{cases}$	1,5

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
		Kết hợp điều kiện loại $x = -12$ , thử lại thấy $x = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. KL: vận tốc đi bộ của An là 3 km/h.	
	2)	<b>Tính diện tích bề mặt của quả bóng bàn.</b> Diện tích bề mặt của quả bóng bàn đó là: $S = 4\pi R^2 \approx 4 \times 3,14 \times 2^2 = 50,24(\text{cm}^2)$ .	0,5
		<b>Giải hệ phương trình</b> $\begin{cases} 2x + \frac{3}{y-1} = 5 \\ 4x - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$	1,0
	1)	ĐKXD: $y \neq 1$ . Đặt $\frac{1}{y-1} = b$ , ta có hệ $\begin{cases} 2x + 3b = 5 \\ 4x - b = 3 \end{cases}$ Giải hệ $\begin{cases} 2x + 3b = 5 \\ 4x - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ x = 1 \end{cases}$ Với $b = 1 \Rightarrow \frac{1}{y-1} = 1 \Rightarrow y = 2$ (thỏa mãn ĐKXD). KL: hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (1; 2)$ .	
<b>Bài III</b> 2,5 điểm	2a)	<b>Tìm tọa độ của điểm A.</b> Gọi tọa độ điểm A là $(x_A; y_A)$ . Do điểm A thuộc trục Oy nên $x_A = 0$ . Do điểm A thuộc đường thẳng (d): $y = mx + 4$ nên $y_A = mx_A + 4 = m \cdot 0 + 4 = 4$ . KL: tọa độ điểm A là (0; 4).	0,75
	2b)	<b>b) Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm B sao cho tam giác OAB là tam giác cân.</b> Gọi tọa độ điểm B là $(x_B; y_B)$ . Do điểm B thuộc trục Ox nên $y_B = 0$ . Vì điểm B thuộc đường thẳng (d): $y = mx + 4$ dẫn đến $0 = mx_B + 4$ . Vì $m \neq 0 \Rightarrow x_B = \frac{-4}{m} \Rightarrow OB =  x_B  = \left  \frac{-4}{m} \right $ . Vì $\widehat{AOB} = 90^\circ$ nên để tam giác OAB là tam giác cân thì $OA = OB$ . Mà $OA = 4$ nên $OB = 4$ . Giải phương trình: $\left  \frac{-4}{m} \right  = 4 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$ KL: $m = 1$ hoặc $m = -1$ .	0,75
<b>Bài IV</b>	1)	<b>Chứng minh tứ giác BHEK là tứ giác nội tiếp.</b>	1,0

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
3,0 điểm		 <p>Chứng minh được <math>\widehat{BHE} = 90^\circ</math> và <math>\widehat{BKE} = 90^\circ</math>.</p> <p>Suy ra <math>\widehat{BHE} + \widehat{BKE} = 180^\circ</math>.</p> <p>Lập luận dẫn đến tứ giác <math>BHEK</math> là tứ giác nội tiếp.</p>	
		<p><b>Chứng minh <math>BH.BA = BK.BC</math>.</b></p> <p>Áp dụng hệ thức lượng cho <math>\triangle AEB</math> vuông tại <math>E</math>, đường cao <math>EH</math> có:</p> <p>2) <math>BH.BA = BE^2</math>.</p> <p>Chứng minh tương tự có: <math>BK.BC = BE^2</math>.</p> <p>Vậy <math>BH.BA = BK.BC</math>.</p>	1,0
		<p><b>Chứng minh ba điểm <math>H, I, K</math> là ba điểm thẳng hàng.</b></p> <p>Chứng minh được <math>\widehat{BHK} = \widehat{BEK}</math> (1). (<math>BHEK</math> là tứ giác nội tiếp)</p> <p>Chứng minh được <math>\widehat{BEK} = \widehat{BCE}</math> (2). (Cùng phụ với <math>\widehat{EBC}</math>)</p> <p>3) Chứng minh được <math>\widehat{BCE} = \widehat{HFE}</math> (3). (<math>BCEF</math> là tứ giác nội tiếp)</p> <p>Chứng minh được <math>\widehat{HFE} = \widehat{FHI}</math> (4). (tam giác <math>FHI</math> cân tại <math>I</math>.)</p> <p>Từ (1), (2), (3), (4) suy ra <math>\widehat{BHK} = \widehat{FHI}</math>. Do <math>\triangle ABC</math> nhọn, hai điểm <math>I</math> và <math>K</math> nằm cùng phía đối với đường thẳng <math>HF</math> nên <math>H, I, K</math> là ba điểm thẳng hàng.</p>	1,0
Bài V 0,5 điểm		<p><b>Giải phương trình <math>\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = x^2 + 1</math>.</b></p> <p>ĐKXD: <math>x \geq \frac{2}{3}</math>.</p> $\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = x^2 + 1$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2\sqrt{3x-2} = 2x^2 + 2$ $\dots \Leftrightarrow 2(x-1)^2 + (\sqrt{x}-1)^2 + (\sqrt{3x-2}-1)^2 = 0.$ <p>Lập luận dẫn đến <math>x = 1</math> (thỏa mãn ĐKXD).</p> <p>KL: phương trình có nghiệm duy nhất là <math>x = 1</math>.</p>	0,5

**Lưu ý:** các cách làm khác nếu đúng học sinh vẫn được điểm tương ứng với biểu điểm của Hướng dẫn chấm.