ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU
HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH LỚP 10

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Năm học 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN (không chuyên)
Thời gian làm bài 120 phút, không kể giao đề

Câu 1. (1,0 điểm) Cho ba biểu thức $M=\dfrac{x\sqrt{x}-8}{3+\left(\sqrt{x}+1\right)^2}, N=\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)^3-\left(\sqrt{x}-1\right)^3}{(x-4)(3x+1)}$ và $P=\dfrac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$

a) Tìm tất cả các số thực x thỏa mãn $M=x-4$

b) Trong trường hợp các biểu thức M, N và P xác định, rút gọn biểu thức $Q=MN+P$

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Giải phương trình $\left(x^4+4x^2-5\right)\left(\dfrac{x-3+\sqrt{3+x}}{\sqrt{x}-1}\right)=0$

b) Cho hai số thực m,n thỏa mãn hai đường thẳng $(d): y=mx+n$ và $(d_1): y=x+3m+2n-mn$ cắt nhau tại điểm $I(3;9)$. Tính giá trị của mn và $\dfrac{m}{n}$

c) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi bằng $28(cm)$ và nội tiếp đường tròn (C) có bán kính $R=5(cm)$. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$

Câu 3. (2,0 điểm) Gọi $(P),(d)$ lần lượt là các đồ thị của hàm số $y=x^2$ và $y=2mx+3$

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tai hai điểm phân biệt $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ với mọi số thực m. Tính y_1+y_2 theo m

b) Tìm tất cả các số thực m sao cho $y_1-4y_2=x_1-4x_2+3x_1x_2$

Câu 4. (1,0 điểm) Một kho hàng nhập gạo (trong kho chưa có gạo) trong 4 ngày liên tiếp và mỗi ngày (kể từ ngày thứ hai) đều nhập một lượng gạo bằng 120% lượng gạo đã nhập vào kho ngày trước đó. Sau đó, từ ngày thứ năm kho ngừng nhập và mỗi ngày kho lại xuất một lượng gạo bằng $\dfrac{1}{10}$ lượng gạo kho ở ngày trước đó. Hãy tính lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ nhất trong mỗi trường hợp sau :

a) Ngày thứ ba, sau khi nhập xong thì trong kho có 91 tấn gạo

b) Tổng số gạo đã xuất trong các ngày thứ năm và thứ sáu là $50,996$ tấn gạo,

Câu 5. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (T) có tâm O, có $AB=AC$, và $\widehat{BAC}>90^0$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AC. Tia MO cắt đường tròn (T) tại điểm D. Đường thẳng BC lần lượt cắt các đường thẳng AO và AD tại các điểm N, P

a) Chứng minh rằng tứ giác $OCMN$ nội tiếp và $\widehat{BDC}=4.\widehat{ODC}$

b) Tia phân giác của $\widehat{BDP}$ cắt đường thẳng BC tại điểm E. Đường thẳng ME cắt đường thẳng AB tại điểm F. Chứng minh rằng $CA=CP$ và $ME\perp DB$

c) Chứng minh rằng tam giác MNE cân. Tính tỉ số $\dfrac{DE}{DF}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Tìm x khi $M = x-4$

Xét biểu thức $M = \dfrac{x\sqrt{x}-8}{3+\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$ (ĐKXĐ: $x \geq 0$)

Ta có:

$$M = \frac{x\sqrt{x}-8}{3+\left(\sqrt{x}+1\right)^2} = \frac{\left(\sqrt{x}\right)^3-2^3}{3+\left(\sqrt{x}+1\right)^2} = \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(x+2\sqrt{x}+4\right)}{3+x+2\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(x+2\sqrt{x}+4\right)}{x+2\sqrt{x}+4} = \sqrt{x}-2$$

Khi đó $M = x-4$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = x-4 = \left(\sqrt{x}\right)^2-2^2 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = \left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2-1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-2=0\\ \sqrt{x}+1=0(VN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x = 4(tm)$$

Vậy $x=4$ thì $M = x-4$

b) Tính $Q = M.N+P$

ĐKXĐ: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

Ta có: $M = \sqrt{x}-2, P = \dfrac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$

$$N = \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^3-\left(\sqrt{x}-1\right)^3}{(x-4)(3x+1)} = \frac{\left(\sqrt{x}+1-\sqrt{x}+1\right)\left[\left(\sqrt{x}+1\right)^2+\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)+\left(\sqrt{x}-1\right)^2\right]}{(x-4)(3x+1)}$$

$$= \frac{2\left(x+2\sqrt{x}+1+x-1+x-2\sqrt{x}+1\right)}{(x-4)(3x+1)} = \frac{2(3x+1)}{(x-4)(3x+1)} = \frac{2}{x-4}$$

$$\Rightarrow Q = M.N+P = \left(\sqrt{x}-2\right).\frac{2}{x-4}+\frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} = 1$$

Vậy $Q = 1$

Câu 2.

a) **Giải phương trình** $\left(x^4+4x^2-5\right)\left(\dfrac{x-3+\sqrt{3+x}}{\sqrt{x}-1}\right)=0$

ĐKXĐ: $\begin{cases}3+x\geq 0\\ \sqrt{x}\geq 0\\ \sqrt{x}-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -3\\ x\geq 0\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\ x\neq 1\end{cases}$. Ta có:

$$\left(x^4+4x^2-5\right)\left(\dfrac{x-3+\sqrt{3+x}}{\sqrt{x}-1}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^4+4x^2-5=0 & (1)\\ x-3+\sqrt{3+x}=0 & (2)\end{array}\right.$$

Xét phương trình $(1): x^4+4x^2-5=0$

Đặt $t=x^2\,(t\geq 0)$, phương trình (1) trở thành:

$t^2+4t-5=0\Leftrightarrow t^2-t+5t-5=0\Leftrightarrow t(t-1)+5(t-1)=0$

$\Leftrightarrow(t-1)(t+5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(tm)\\ t=-5(ktm)\end{array}\right.\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=\pm1(tm)$

Xét phương trình (2): $x-3+\sqrt{3+x}=0\Leftrightarrow\sqrt{3+x}=3-x$ với $x\geq 0, x\neq 1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3-x\geq 0\\ 3+x=(3-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 3\\ 3+x=x^2-6x+9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 3\\ x^2-7x+6=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 3\\ x^2-x-6x+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 3\\ x(x-1)-6(x-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 3\\ (x-6)(x-1)=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 3\\ \left[\begin{array}{l}x=6\\ x=1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 3\\ \left[\begin{array}{l}x=6(ktm)\\ x=1(tm)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1$

Kết hợp với điều kiện xác định $\Rightarrow x=1$ không thỏa mãn.

Vậy $S=\{\pm1\}$

b) **Hai đường thẳng** $d: y=mx+m$ **và** $d_1: y=x+3m+2n-mn$ **cắt nhau tại điểm** $I(3;9)$. **Tính** $m.n$ **và** $\dfrac{m}{n}$

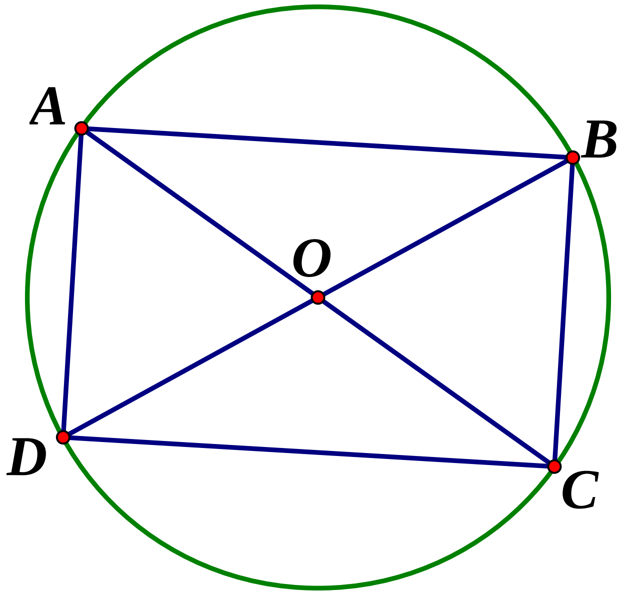
Vì $d\cap d_1=\{I\}$ nên $\begin{cases}I\in d\\ I\in d_1\end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9 = 3m + m \\ 9 = 3 + 3m + 2n - mn \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 4m \\ 6 = 3m + 2n - mn \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{9}{4} \\ 6 = 3.\dfrac{9}{4} + 2n - \dfrac{3}{4}n \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{9}{4} \\ \dfrac{5}{4}n = -\dfrac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{9}{4} \\ n = -\dfrac{3}{5} \end{cases}$$

Vậy $m.n = \dfrac{9}{4}.\left(-\dfrac{3}{5}\right) = \dfrac{-27}{20}$ và $\dfrac{m}{n} = \dfrac{9}{4}:\left(-\dfrac{3}{5}\right) = \dfrac{9}{4}.\left(\dfrac{-5}{3}\right) = -\dfrac{15}{4}$

c) **Hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi bằng $28(cm)$ và nội tiếp đường tròn (C) có bán kính $R = 5(cm)$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$**



Theo bài ra ta có: Hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi bằng $28(cm)$ nên có nửa chu vi bằng $14(cm)$. Đặt $AB = x(cm)$.(ĐK: $0 < x < 14$) $\Rightarrow CD = 14 - x(cm)$

Gọi $O = AC \cap BD$, Khi đó O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$

Hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp đường tròn có bán kính $R = 5(cm)$

$\Rightarrow OA = 5(cm) \Rightarrow AC = 2OA = 10(cm)$

Áp dụng định lý $Pytago$ trong tam giác vuông ABC ta có:

$AB^2+BC^2=AC^2 \Rightarrow x^2+(14-x)^2=10^2 \Leftrightarrow x^2+x^2-28x+196=100$

$\Leftrightarrow 2x^2-28x+98=0 \Leftrightarrow x^2-14x+48=0$

$\Leftrightarrow x^2-6x-8x+48=0 \Leftrightarrow x(x-6)-8(x-6)=0$

$\Leftrightarrow (x-6)(x-8)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-6=0 \\ x-8=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=8 \end{array}\right.(TM)$

Với $x=6 \Rightarrow AB=6(cm), BC=8(cm) \Rightarrow$ Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$S=6.8=48(cm^2)$

Với $x=8 \Rightarrow AB=8(cm), BC=6(cm) \Rightarrow S_{ABCD}=8.6=48(cm^2)$

Vậy diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng $48cm^2$

Câu 3.

Gọi $(P),(d)$ lần lượt là đồ thị của các hàm số $y=x^2$ và $y=2mx+3$

a) **Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ và tính y_1+y_2 theo m**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) ta có:

$x^2=2mx+3 \Leftrightarrow x^2-2mx-3=0(*)$

Phương trình $(*)$ có $\Delta'=m^2+3>0(\forall m) \Rightarrow$ Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi m

Hay với mọi m thì đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$

Ta có $A,B \in (d)$ nên: $\begin{cases} y_1=2mx_1+3 \\ y_2=2mx_2+3 \end{cases}$

Áp dụng hệ thức Viet vào phương trình $(*)$ ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=-3 \end{cases}$. Khi đó ta có:

$y_1+y_2=2mx_1+3+2mx_2+3=2m(x_1+x_2)+6$

$=2m.2m+6=4m^2+6$

Vậy $y_1+y_2=4m^2+6$

b) **Tìm m sao cho $y_1-4y_2=x_1-4x_2+3x_1x_2$**

Với mọi m thì đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1;2mx_1+3)$ và $B(x_2;2mx_2+3)$. Áp dụng hệ thức $Vi-et$ ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m & (1) \\ x_1x_2=-3 & (2) \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$y_1-4y_2=x_1-4x_2+3x_1x_2 \Leftrightarrow 2mx_1+3-4\left(2mx_2+3\right)=x_1-4x_2+3.(-3)$

$\Leftrightarrow 2mx_1+3-8mx_2-12=x_1-4x_2-9 \Leftrightarrow 2mx_1-x_1-8mx_2+4x_2=0$

$$\Leftrightarrow \left(2m-1\right)\left(x_1-4x_2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2m-1=0\\ x_1-4x_2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=\dfrac{1}{2}\\ x_1=4x_2\end{array}\right.$$

Với $x_1=4x_2$, thay vào $\left(2\right)$ ta có: $4x_2^2=-3 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm

Vậy $m=\dfrac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 4.

a) Ngày thứ ba nhập xong thì có trong kho 91 tấn gạo

Gọi lượng gạo trong kho hàng nhập ngày thứ nhất là x (tấn) (ĐK: $x>0$)

Lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ hai là : $x.120\%=1,2x$ (tấn)

Lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ ba là : $1,2x.120\%=1,44x$ (tấn)

Sau ngày thứ ba, lượng gạo có trong kho là : $x+1,2x+1,44x=3,64x$ (tấn)

Vì ngày thứ ba, sau khi nhập xong thì trong kho có 91 tấn nên ta có phương trình:

$3,64x=91 \Leftrightarrow x=\dfrac{91}{3,64}=25$ (tấn) (thỏa mãn)

Vậy nếu ngày thứ 3, sau khi nhập xong, trong kho có 91 tấn gạo thì lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ nhất là 25 tấn.

b) Tổng số gạo đã xuất trong các ngày thứ 5, thứ 6 là $50,966$ tấn

Lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ tư là $1,44x.120\%=1,728x$ (tấn)

Sau ngày thứ tư, lượng gạo có trong kho là : $x+1,2x+1,44x+1,728x=5,368x$ (tấn)

Từ ngày thứ 5 kho ngừng nhập và mỗi ngày kho lại xuất một lượng gạo bằng $\dfrac{1}{10}$ lượng gạo trong kho ở ngày trước đó nên:

Số gạo xuất trong ngày thứ 5 là : $\dfrac{1}{10}.5,368x=0,5368x$ (tấn)

Số gạo còn lại sau ngày thứ 5 là : $5,368x-0,5368x=4,8312x$ (tấn)

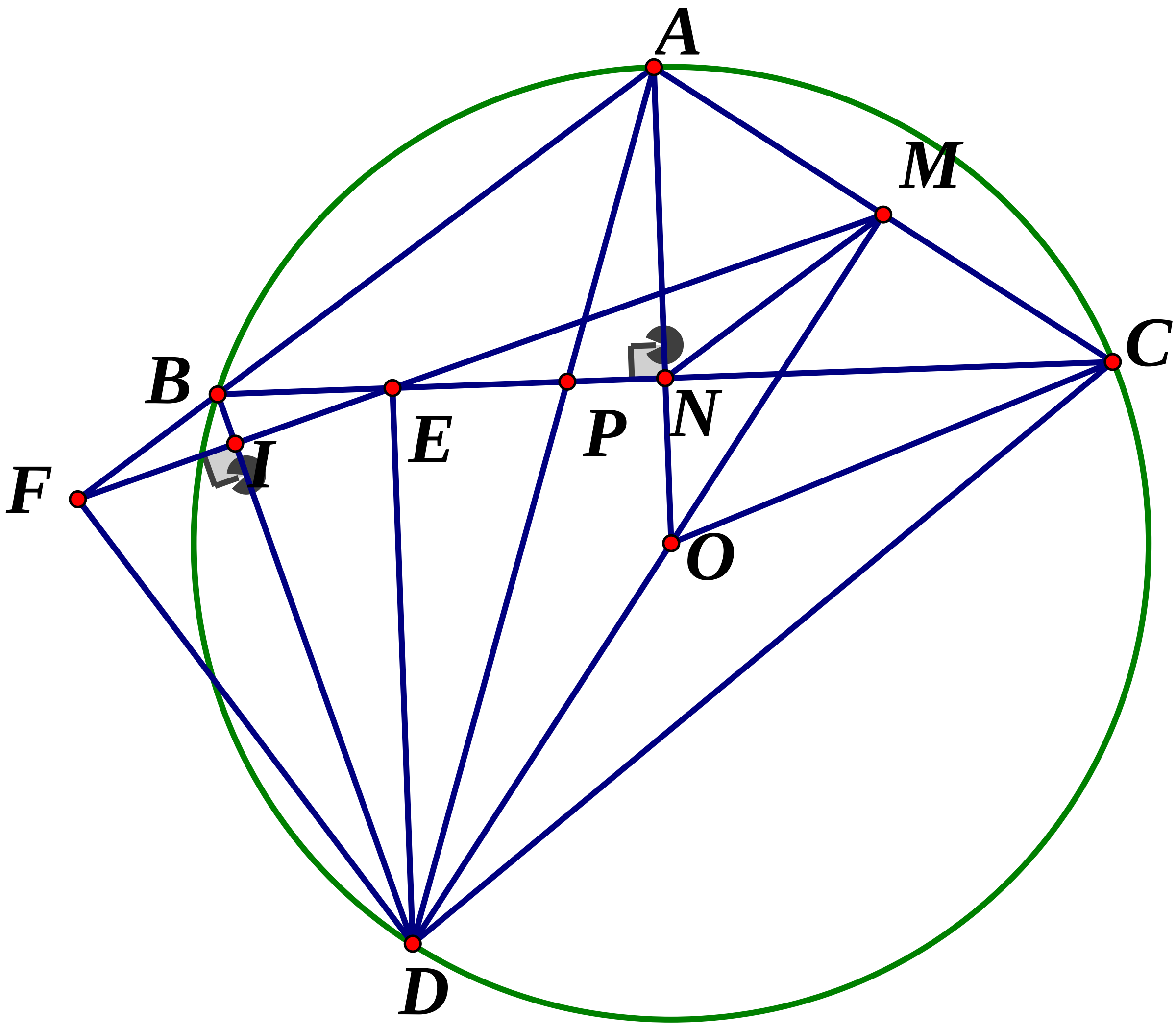
Số gạo xuất trong ngày thứ 6 là : $\dfrac{1}{10}.4,8312x=0.48312x$ (tấn)

Vì tổng số gạo đã xuất trong các ngày thứ 5, thứ 6 là $50,996$ tấn nên ta có phương trình:

$0,5368x+0,48312x=50,966 \Leftrightarrow 1,01992x=50,966 \Leftrightarrow x=50(tm)$

Vậy nếu tổng số gạo đã xuất trong các ngày thứ 5, thứ 6 là $50,996$ tấn thì lượng gạo kho hàng nhập ngày thứ nhất là 50 tấn.

Câu 5.



a) **Chứng minh $OCMN$ là tứ giác nội tiếp và $\widehat{BDC}=4\widehat{ODC}$**

*) Ta có : $AB=AC(gt)\Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của BC

$OB=OC$ (cùng bằng bán kính)$\Rightarrow O$ thuộc trung trực của BC

Khi đó ta có OA là trung trực của $BC\Rightarrow OA\perp BC\Rightarrow\widehat{ONC}=90^0$

Vì M là trung điểm của AC (gt) nên $OM\perp AC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)$\Rightarrow\widehat{ONC}=90^0$

Xét tứ giác $OCMN$ có $\widehat{ONC}=\widehat{OMC}=90^0(cmt)$, suy ra $OCMN$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối dưới các góc bằng nhau)

*)Xét ΔACD có $DM\perp AC\left(do\ OM\perp AC\right)\Rightarrow DM$ là đường cao đồng thời là đường trung tuyến suy ra ΔACD cân tại D nên DM cũng là đường phân giác của $\widehat{ADC}$

$\Rightarrow\widehat{ADC}=2\widehat{ODC}$ (1)

Ta có : $AB = AC(gt)$ nên $sd\,\overset\frown{AB} = sd\,\overset\frown{AC}$ (trong một đường tròn hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau) $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADC}$ (trong 1 đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau)

$\Rightarrow AD$ là phân giác của $\widehat{BDC} \Rightarrow \widehat{BDC} = 2\widehat{ADC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BDC} = 4.\widehat{ODC}$ $(dfcm)$

b) Phân giác góc $\widehat{BDP}$ cắt BC tại E, ME cắt AB tại F. Chứng minh $CA = CP$ và ME vuông góc với DB

Ta có : $sd\,\overset\frown{AB} = sd\,\overset\frown{AC}(cmt)$

$\Rightarrow sd\,\overset\frown{AB} + sd\,\overset\frown{BD} = sd\,\overset\frown{AC} + sd\,\overset\frown{BD}$

$\Rightarrow sd\,\overset\frown{AD} = sd\,\overset\frown{AC} + sd\,\overset\frown{BD}$

$\Rightarrow sd\,\overset\frown{CD} = sd\,\overset\frown{AC} + sd\,\overset\frown{BD}$

$\left(do\ AD = CD \Rightarrow sd\,\overset\frown{AD} = sd\,\overset\frown{CD}\right)$

Lại có : $\widehat{DAC} = \frac{1}{2}sd\,\overset\frown{CD}$ (góc nội tiếp chắn cung CD)

$\widehat{APC} = \frac{1}{2}\left(sd\,\overset\frown{AC} + sd\,\overset\frown{BD}\right)$(góc có đỉnh nằm phía trong đường tròn chắn cung AC, BD)

$\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{APC}$ $hay\ \widehat{PAC} = \widehat{APC}$

Suy ra ΔACP cân tại C (tam giác có hai góc bằng nhau) $\Rightarrow CA = CP(dfcm)$

Ta có : $\widehat{APC} = \widehat{DPB}$ (hai góc đối đỉnh)

$\widehat{PAC} = \widehat{DBP}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD)

Mà $\widehat{APC} = \widehat{PAC}$ (do tam giác ACP cân tại C) (cmt)

$\Rightarrow \widehat{DPB} = \widehat{DBP} \Rightarrow \Delta BDP$ cân tại D, do đó phân giác DE đồng thời là đường cao nên $DE \perp BC$

Xét tứ giác $CDEM$ có $\widehat{CED} = \widehat{CMD} = 90^0 \Rightarrow$ Tứ giác $CDEM$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{MDC} = \widehat{ADM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC)

Mà $\widehat{MEC} = \widehat{BEF}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{ADM}$ (3)

Ta có: $\widehat{ADM} + \widehat{DAM} = 90^0$ (do tam giác ADM vuông tại M)

$\widehat{ADE} + \widehat{DPE} = 90^0$ (do tam giác DEP vuông tại D)

Mà $\widehat{DAM} = \widehat{APC} = \widehat{DPE}$ nên $\widehat{ADM} = \widehat{ADE} = \widehat{EDB}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{EDB}$

Gọi $EF \cap BD = \{I\}$. Ta có: $\widehat{DEI} + \widehat{EDB} = \widehat{DEI} + \widehat{BEF} = \widehat{DEB} = 90^0$

$\Rightarrow \Delta DEI$ vuông tại I $\Rightarrow DI \perp IE$ hay $ME \perp DB (dfcm)$

c) Chứng minh tam giác MNE cân. Tính $\dfrac{DE}{DF}$

Ta có: $\widehat{DBA} = \dfrac{1}{2} sd\,\overset{\frown}{AD}$ lớn $= \dfrac{1}{2}\left(sd\,\overset{\frown}{CD} + sd\,\overset{\frown}{AC}\right) = \dfrac{1}{2}\left(sd\,\overset{\frown}{CD} + sd\,\overset{\frown}{AB}\right) = \widehat{CPD}$ (góc có đỉnh ở bên trong đường tròn) $\Rightarrow 180^0 - \widehat{DBA} = 180^0 - \widehat{CPD}$

$\Rightarrow \widehat{DBF} = \widehat{DPE} = \widehat{BDE} \Rightarrow BD$ là tia phân giác của $\widehat{EBF}\,(*)$

$\Rightarrow \Delta BEF$ cân tại B (phân giác BI đồng thời là đường cao)

$\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{BFE}\,(5)$ (góc ở đáy tam giác cân)

Ta có: $\widehat{ANM} = \widehat{ACO}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp $OCMN$) mà $\widehat{ACO} = \widehat{OAC} = \widehat{OAB}$ nên $\widehat{ANM} = \widehat{OAB}$, hai góc này lại ở vị trí so le trong

$\Rightarrow MN // AF \Rightarrow \widehat{NME} = \widehat{BFE}$ (hai góc so le trong) (6)

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{BEF} = \widehat{NME} = \widehat{NEM}$

Suy ra ΔMNE cân tại N $(dfcm)$

Vì ΔBEF cân tại B(cmt) nên $BE = BF$

Xét ΔBDE và ΔBDF có: $BE = BF\,(cmt); BD$ chung; $\widehat{EBD} = \widehat{FBD}$ (theo $(*)$)

$\Rightarrow \Delta BDE = \Delta BDF\,(c.g.c) \Rightarrow DE = DF$ (hai cạnh tương ứng)

Vậy $\dfrac{DE}{DF} = 1.$